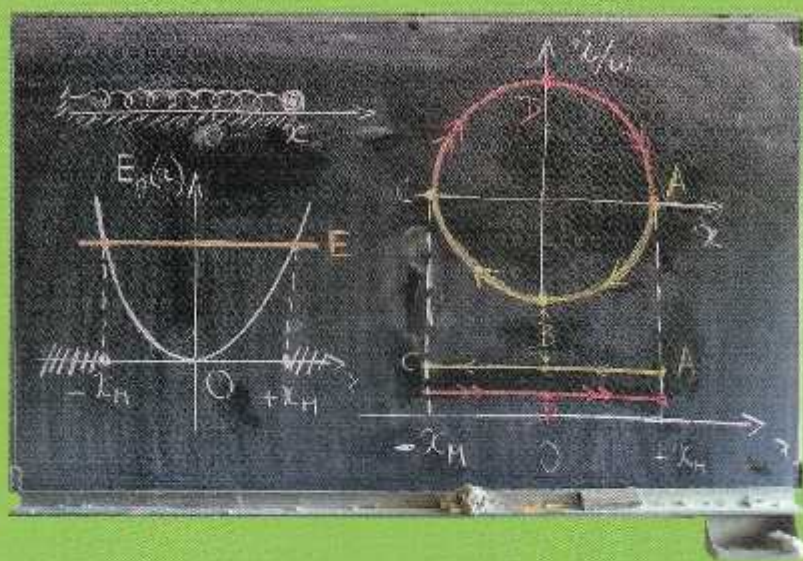


L1 L2

# Comprendre la mécanique



Jean-Pierre Romagnan

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Remerciements</b>		<b>iii</b>
<b>Avant-Propos</b>		<b>xiii</b>
<b>1 Cinématique</b>		<b>1</b>
1.1 Position et trajectoire du mobile		1
1.1.1 Repère		1
1.1.2 Le temps		3
1.1.3 Référentiel		4
1.1.4 Enregistrement d'une trajectoire		4
1.2 Comment le mobile parcourt la trajectoire		5
1.2.1 La vitesse		5
1.2.2 Utilité de la vitesse		9
1.2.3 L'accélération		10
1.3 Représentations du mouvement		13
1.3.1 Représentation temporelle		13
1.3.2 Espace des phases		15
1.4 Composition des mouvements		16
1.4.1 Référentiels en translation		17
1.4.2 Exemple de composition de mouvement : la cycloïde		18
1.5 Base polaire		20
1.6 Compléments sur les trajectoires		23
1.6.1 Rayon de courbure et centre de courbure d'une trajectoire		23
1.6.2 Exemple : la cardioïde		25

1.7	Compléments sur la composition des mouvements . . . . .	26
1.7.1	Vecteur vitesse angulaire . . . . .	26
1.7.2	Référentiel en rotation . . . . .	28
1.7.3	Cas général . . . . .	30
1.8	Exercices . . . . .	31
1.9	Réponses aux exercices . . . . .	34
<b>2</b>	<b>Forces et lois de Newton</b> . . . . .	<b>39</b>
2.1	La vision aristotélicienne du mouvement . . . . .	39
2.2	Quelles sont les causes du mouvement? . . . . .	41
2.3	Première loi de Newton : principe d'inertie . . . . .	43
2.3.1	Énoncé . . . . .	43
2.3.2	Référentiels galiléens ou inertiels . . . . .	44
2.4	Deuxième loi de Newton : principe fondamental de la dynamique . . . . .	45
2.4.1	Énoncé . . . . .	45
2.4.2	Interactions fondamentales . . . . .	46
2.5	Troisième loi : principe des actions réciproques . . . . .	48
2.6	Quelques exemples de forces . . . . .	49
2.6.1	Forces à distance . . . . .	49
2.6.2	Forces de contact . . . . .	51
2.7	Construction de Hooke-Newton . . . . .	55
2.8	Invariance galiléenne . . . . .	60
2.9	Les référentiels non inertiels en translation . . . . .	61
2.9.1	Expression de la force d'inertie . . . . .	62
2.9.2	Cas particulier d'un référentiel en chute libre . . . . .	64
2.10	Les référentiels non inertiels en rotation . . . . .	65
2.10.1	Une intuition de forces peu familières . . . . .	65
2.10.2	Expressions formelles des forces d'inertie . . . . .	67
2.10.3	Exemple . . . . .	68
2.11	Complément : effets de la rotation terrestre . . . . .	69
2.11.1	Champ de pesanteur terrestre . . . . .	69
2.11.2	Force de Coriolis : déviation vers l'est . . . . .	71
2.11.3	Pendule de Foucault . . . . .	73
2.12	Exercices . . . . .	76
2.13	Réponses aux exercices . . . . .	82

<b>3</b>	<b>Énergie mécanique</b>	<b>89</b>
3.1	Introduction . . . . .	89
3.2	Énergie . . . . .	91
3.3	Le travail . . . . .	91
3.4	L'énergie mécanique . . . . .	96
3.4.1	L'énergie cinétique . . . . .	96
3.4.2	L'énergie potentielle . . . . .	97
3.4.3	Énergie mécanique et forces conservatives . . . . .	98
3.4.4	Forces non conservatives . . . . .	100
3.4.5	Transformations de l'énergie mécanique . . . . .	100
3.4.6	La puissance . . . . .	102
3.5	Diagramme d'énergie . . . . .	102
3.5.1	Nature du mouvement . . . . .	103
3.5.2	Positions d'équilibre . . . . .	104
3.6	Compléments : référentiels non inertiels . . . . .	106
3.6.1	Théorème de l'énergie cinétique . . . . .	106
3.6.2	Énergie mécanique . . . . .	108
3.6.3	Diagramme d'énergie . . . . .	110
3.7	Exercices . . . . .	113
3.8	Réponses aux exercices . . . . .	117
<b>4</b>	<b>Oscillateur mécanique</b>	<b>121</b>
4.1	Introduction . . . . .	121
4.2	Oscillateur libre harmonique . . . . .	122
4.2.1	Équation harmonique . . . . .	123
4.2.2	Amplitude et phase . . . . .	124
4.2.3	Énergie de l'oscillateur harmonique . . . . .	125
4.2.4	Représentation dans l'espace des phases . . . . .	125
4.2.5	Oscillations harmoniques électriques . . . . .	126
4.3	Oscillateur libre non linéaire . . . . .	127
4.4	Oscillateur amorti . . . . .	129
4.4.1	Approche qualitative . . . . .	129
4.4.2	Oscillateur harmonique amorti . . . . .	131
4.5	Oscillateur forcé . . . . .	135
4.5.1	Approche qualitative : forçage impulsif . . . . .	136
4.5.2	Forçage sinusoïdal . . . . .	141
4.6	Exercices . . . . .	148
4.7	Réponses aux exercices . . . . .	155

<b>5</b>	<b>Quantité de mouvement et centre de masse</b>	<b>163</b>
5.1	Introduction	163
5.2	Quantité de mouvement	164
5.2.1	Quantité de mouvement d'une masse ponctuelle	164
5.2.2	Collision et transfert de quantité de mouvement	164
5.2.3	Choc mou	166
5.2.4	Collisions élastiques	166
5.3	Force moyenne subie lors d'un choc	168
5.3.1	Traumatologie	168
5.3.2	Pression d'un gaz parfait	169
5.4	Système de masses ponctuelles	170
5.4.1	Évolution de la quantité de mouvement d'un système	170
5.4.2	Phénomènes de recul	172
5.4.3	Propulsion par réaction	174
5.5	Centre de masse d'un système	175
5.5.1	Définition du centre de masse	175
5.5.2	Mouvement du centre de masse	177
5.6	Référentiel du centre de masse	179
5.6.1	Propriétés du référentiel du centre de masse	180
5.6.2	Problème à deux corps	182
5.6.3	Expression de l'énergie en fonction de la masse réduite	185
5.7	Exercices	186
5.8	Réponses aux exercices	191
<b>6</b>	<b>Une brève histoire de la mécanique céleste</b>	<b>199</b>
6.1	Le modèle géocentrique	199
6.2	L'alternative copernicienne	200
6.3	Tycho-Brahé et Kepler	201
6.4	Galilée	203
6.5	Newton	204
<b>7</b>	<b>Gravitation</b>	<b>209</b>
7.1	Définition de la force gravitationnelle	209
7.2	Propriétés de la force gravitationnelle	211
7.2.1	La force gravitationnelle est conservative	211
7.2.2	La force gravitationnelle conserve le moment angulaire	212
7.3	Mouvement sous l'action de la force gravitationnelle	215
7.3.1	Utilité des lois de conservation	216
7.3.2	Nature de la trajectoire en fonction de l'énergie $E$	217
7.3.3	Influence de la valeur du moment angulaire	218

7.4	Paramètres de la trajectoire . . . . .	220
7.4.1	Équation de la trajectoire en coordonnées polaires . . . . .	220
7.4.2	Trajectoires elliptiques : $e < 1$ . . . . .	221
7.4.3	Trajectoires hyperboliques : $e > 1$ . . . . .	222
7.5	Exemples d'applications . . . . .	224
7.5.1	Mise en orbite des satellites . . . . .	224
7.5.2	Étoile binaire . . . . .	225
7.5.3	Le système Terre-Lune . . . . .	229
7.5.4	Complément : effet de marée . . . . .	231
7.6	Invariant de Runge-Lenz . . . . .	235
7.7	Principales données du système solaire . . . . .	237
7.8	Exercices . . . . .	237
7.9	Réponses aux exercices . . . . .	242
<b>8</b>	<b>Éléments de mécanique du solide</b> . . . . .	<b>249</b>
8.1	Solide en rotation autour de son axe de symétrie fixe . . . . .	250
8.1.1	Énergie cinétique de rotation . . . . .	250
8.1.2	Moment angulaire du solide . . . . .	251
8.1.3	Évolution temporelle du vecteur $\vec{J}$ . . . . .	252
8.1.4	Exemples d'applications . . . . .	252
8.2	Calcul d'un moment d'inertie . . . . .	255
8.2.1	Propriétés du moment d'inertie . . . . .	255
8.2.2	Moments d'inertie d'un cerceau . . . . .	257
8.2.3	Moments d'inertie d'un disque mince . . . . .	257
8.2.4	Moments d'inertie d'une sphère . . . . .	258
8.3	Expression générale du moment angulaire . . . . .	259
8.4	Évolution temporelle du moment angulaire . . . . .	261
8.4.1	Relation fondamentale . . . . .	261
8.4.2	Précession d'une toupie symétrique . . . . .	261
8.4.3	Vitesse angulaire de précession . . . . .	262
8.5	Expression de l'énergie cinétique de rotation . . . . .	264
8.6	Mouvement général d'un solide dans l'espace . . . . .	265
8.6.1	Vitesse angulaire de rotation d'un solide . . . . .	265
8.6.2	Axe de rotation instantanée . . . . .	266
8.6.3	Moment angulaire par rapport au centre de masse . . . . .	267
8.6.4	Décomposition de l'énergie cinétique . . . . .	269
8.7	Exemples d'applications . . . . .	270
8.7.1	Cône roulant sans glisser sur un plan . . . . .	270
8.7.2	Stabilité de la rotation libre autour du centre de masse . . . . .	271

8.8	Exercices . . . . .	273
8.9	Réponses aux exercices . . . . .	279
<b>9</b>	<b>Ondes mécaniques</b>	<b>287</b>
9.1	Perturbation d'un milieu matériel . . . . .	288
9.1.1	Mécanisme de propagation d'une perturbation . . . . .	288
9.1.2	Description de la propagation . . . . .	289
9.2	Onde sinusoïdale . . . . .	291
9.2.1	Périodicité spatiale et temporelle . . . . .	291
9.2.2	Fronts d'onde . . . . .	292
9.2.3	Équation de propagation . . . . .	293
9.3	Superposition de deux ondes . . . . .	294
9.3.1	Principe de superposition . . . . .	294
9.3.2	Interférences . . . . .	295
9.3.3	Ondes stationnaires . . . . .	296
9.4	Onde transversale progressive dans une corde . . . . .	298
9.4.1	Vitesse de propagation de l'onde transversale . . . . .	298
9.4.2	Énergie mécanique associée à l'onde transversale . . . . .	299
9.4.3	Puissance fournie par la source . . . . .	301
9.4.4	Réflexion et transmission de l'onde à l'interface entre deux milieux . . . . .	301
9.4.5	Expressions des amplitudes réfléchi et transmise . . . . .	302
9.4.6	Onde progressive amortie . . . . .	305
9.4.7	Effet de la rigidité de la corde . . . . .	306
9.5	Amplitudes des harmoniques d'une corde . . . . .	307
9.5.1	Amplitudes des modes propres . . . . .	307
9.5.2	Énergie mécanique associée à un mode propre . . . . .	308
9.5.3	Exemple de corde pincée : la harpe . . . . .	309
9.5.4	Exemple de corde frappée : le piano . . . . .	310
9.6	Exercices . . . . .	310
9.7	Réponses aux exercices . . . . .	314
<b>10</b>	<b>Outils mathématiques</b>	<b>319</b>
10.1	Dérivée . . . . .	319
10.1.1	Fonction d'une seule variable . . . . .	319
10.1.2	Dérivée d'une fonction de fonction . . . . .	319
10.1.3	Dérivées partielles . . . . .	320
10.1.4	Gradient . . . . .	320

10.2	Développement de Taylor . . . . .	321
10.2.1	Fonctions usuelles . . . . .	321
10.2.2	Vecteurs . . . . .	323
10.3	Éléments de calcul vectoriel . . . . .	323
10.3.1	Définition d'un vecteur . . . . .	323
10.3.2	Somme de deux vecteurs . . . . .	323
10.3.3	Produit scalaire de deux vecteurs . . . . .	324
10.3.4	Produit vectoriel de deux vecteurs . . . . .	324
10.3.5	Barycentre . . . . .	326
10.3.6	Coniques . . . . .	327